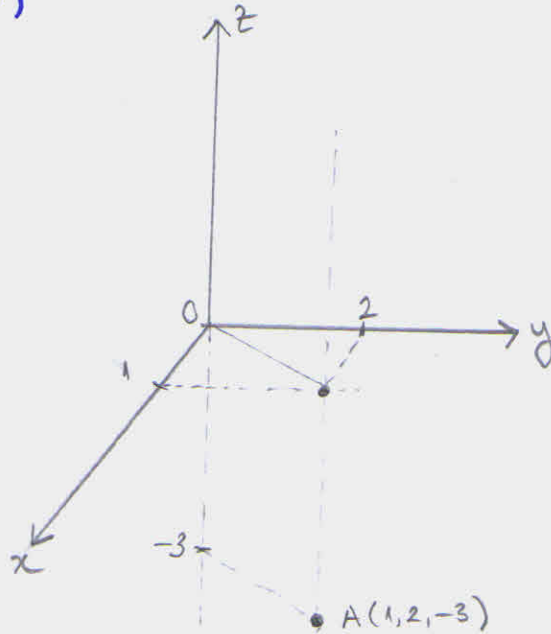


MAT203 ANALİTİK GEOMETRİ I DERSİ FİNAL SINAVI
CEVAP ANAHTARI

- 1) \mathbb{R}^3 de bir xyz dik koordinat sistemi oluşturarak bu sistemde $A(1,2,-3)$ noktasının yerini belirleyiniz. (10 puan)



- 2) $A(1,2,-4)$ noktasından geçen b ve xoy düzlemine paralel olan düzlemin denklemini bulunuz. (10 puan)

$z=0$ (xoy) düzleminin normali $\vec{n} = (0,0,1)$ dir.

Aradığımız düzlem $z=0$ düzlemine paralel olduğundan bu düzlemin normali de $\vec{n} = (0,0,1)$ dir.

$$\Rightarrow P \dots z+d=0$$

$$A \in P \text{ olduğundan } -4+d=0 \Rightarrow d=4$$

$$\Rightarrow P \dots z+4=0 \text{ olur.}$$

3) $A(1,0,0)$ noktasından geçen, x ve y eksenleriyle 30° lik açıları yapan P düzleminin denklemini bulunuz. (20 puan)

P 'nin z eksenine yaptığı açı γ olsun.

$$\sin^2 30^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \gamma = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \gamma = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P \dots \sin 30^\circ x + \sin 30^\circ y + \sin \gamma z + d = 0$$

$$\Rightarrow P \dots \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \pm \frac{\sqrt{2}}{2}z + d = 0$$

$$A \in P \text{ old. dan } d = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P \dots x + y \pm \sqrt{2}z - 1 = 0 \text{ bulunur.}$$

4) $A(1,0,-1)$ noktasının $d \dots x = \frac{y-1}{-1} = z = t$ doğrusuna göre simetriği olan noktayı bulunuz. (20 puan)

$$I \left(\frac{x_1+1}{2}, \frac{y_1}{2}, \frac{z_1-1}{2} \right) \text{ olur.}$$

$$d \dots \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \text{ olup } I \in d \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2t - 1, y_1 = 2 - 2t, z_1 = 2t + 1 \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{AA'} = (x_1 - 1, y_1, z_1 + 1) \text{ olup } \vec{AA'} \perp \vec{d}$$

$$\Rightarrow x_1 - 1 - y_1 + z_1 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 - y_1 + z_1 = 0 \text{ \textcircled{1}}$$

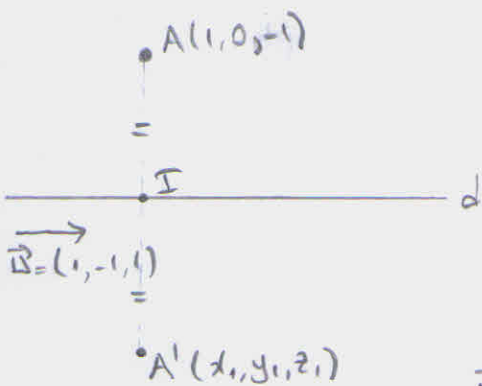
\textcircled{1} den,

$$2t - 1 - 2 + 2t + 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1/3$$

$$\Rightarrow x_1 = -1/3, y_1 = 4/3, z_1 = 5/3$$

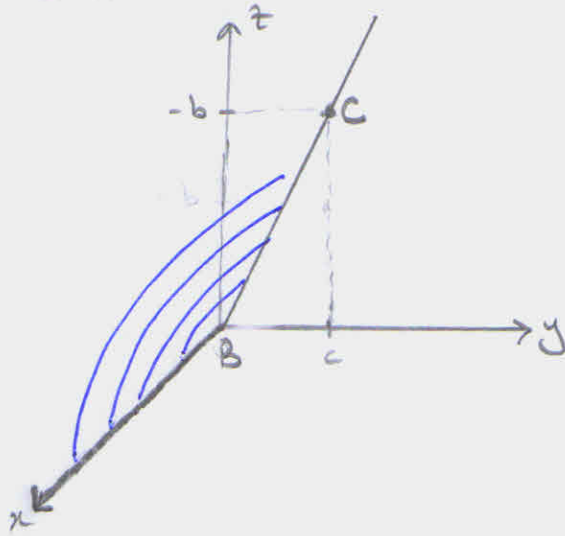
$$\Rightarrow A' \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3} \right) \text{ olur.}$$



5) Sıfırdan farklı $b, c \in \mathbb{R}$ sayıları için $by + cz = 0$ düzleminin konumunu belirleyiniz. (20 puan)

$\vec{n} = (0, b, c)$ olup $\vec{n} \perp \vec{e}_1$ dir.

0 halde x eksenine ya da düzlemin içindedir ya da düzleme paraleldir: x eksenine ait bir nokta $A(1, 0, 0)$ olup $A \in P$ dir. 0 halde x eksenine düzlemin içindedir.



P'nin xOz ve xOy düzlemleri ile arakesitiminin x ekseninde olduğu açıktır. şimdi yOz ile arakesitimi bulalım:

$$d \dots \dots \begin{cases} by + cz = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow d \dots \dots \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -\frac{b}{c}t \end{cases}$$

$t=0$ için $B(0, 0, 0) \in d$, $t=c$ için $C(0, c, -b) \in d$

b) $d \dots (2x - 5y + 4z - 1 = 0, x + y + 3z + 5 = 0)$ doğrusunun
yoğ düzlemi üzerindeki dik izdüşümünü bulunuz. (20 puan)

d den geçen ve yoğ ($x=0$) düzlemine dik olan a
düzlemini bulalım:

d den geçen tüm düzlemler,

$$2x - 5y + 4z - 1 + \lambda(x + y + 3z + 5) = 0$$

$$\Rightarrow (2 + \lambda)x + (-5 + \lambda)y + (4 + 3\lambda)z - 1 + 5\lambda = 0$$

Şeklinde olup $\vec{n}_\lambda = (2 + \lambda, -5 + \lambda, 4 + 3\lambda)$ dir.

a düzlemi $x=0$ düzlemine dik olduğundan $\vec{n} = (1, 0, 0)$
için $\vec{n} \perp \vec{n}_\lambda$ dir.

$$\Rightarrow 2 + \lambda = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = -2$$

$\Rightarrow a \dots 7y + 2z + 11 = 0$ olur.

Aradığımız izdüşüm doğrusu,

$$d' \dots \begin{cases} 7y + 2z + 11 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d' \dots \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -\frac{11}{2} - \frac{7}{2}t \end{cases} \text{ bulunur.}$$